

ALGORITHMES

Logiciel KoZiBu

Référence : ---	Date : 12 novembre 2012	Révision : 1.02
Client : ---	Prestataire : Jean NOËL (JNLOG) 15 place Carnot F-69002 Lyon Tél/Fax/Rép. : 04 78 37 60 03 Site : http://www.jnlog.com Mel : contact@jnlog.com	

Table des matières

I - INTRODUCTION.....	1
II - LA PHYSIQUE DU BATIMENT ET LA MODELISATION GENERALE DU PROBLEME	2
II - 1 - HYPOTHESES DE BASE	2
II - 2 - LES PHENOMENES PHYSIQUES RENCONTRES DANS LE DOMAINE DU BATIMENT	4
II - 3 - POSITION CONCEPTUELLE DU PROBLEME.....	6
III - LES MODELES ET EQUATIONS.....	8
III - 1 - EQUATIONS SENSIBLE ET LATENT D'UN VOLUME D'AIR	8
III - 2 - LE MODELE CONDUCTIF DES PAROIS OPAQUES	9
III - 3 - LES FLUX RADIATIFS	10
III - 4 - TRAITEMENT DES MASQUES SOLAIRES	18
III - 5 - LE SYSTEME FINAL D'EQUATIONS ET SON TRAITEMENT	18
IV - TESTS DU LOGICIEL.....	19
IV - 1 - LES BESTEST	19
IV - 2 - LA CELLULE DE TEST EMPA	20
V - CONCLUSION ET PROSPECTIVES.....	20
VI – REFERENCES.....	21

I - INTRODUCTION

Ce document présente les algorithmes à la base du logiciel KoZiBu.

Ces algorithmes sont issus de ceux du logiciel CoDyBa, qui est maintenant obsolète.

II - LA PHYSIQUE DU BATIMENT ET LA MODELISATION GENERALE DU PROBLEME

II - 1 - HYPOTHESES DE BASE

II - 1 - 1 - HYPOTHESES DE BASE

On s'occupe de la thermo-aéraulique du bâtiment dans des conditions de l'habitat, et on s'intéresse au comportement thermique de l'enveloppe

- Température de 10 à 40 °C.
- "Faibles" mouvements d'air (a priori < 10 vol/h).
- Temps caractéristique supérieur à 15 mn.

A noter que le problème équationnel est connu depuis longtemps, et que les temps caractéristiques de ce système (hors appareils de régulation : chauffage, climatisation, etc.) font que numériquement le système induit est assez facile à résoudre.

II - 1 - 2 - HYPOTHESE DE BASE DANS LES VOLUMES D'AIR

La température de chaque cavité étudiée est constante dans tout son volume.

Les mélanges de gaz sont instantanés.

L'air est assimilé à un gaz parfait constitué d'un mélange d'air sec et de vapeur d'eau (la masse volumique et la capacité calorifique de l'air sec sont constantes, indépendantes de la pression et de la température)

L'air est un milieu parfaitement transparent vis à vis du rayonnement.

Les échanges par chaleur latente et sensible sont découplés.

Pour traiter le problème de la stratification, une description des températures d'un volume d'air à l'aide de modèles zonaux pourrait être envisageable, dans un développement malgré tout assez lourd. Le niveau de description de type CFD (mécanique des fluides) est pour l'instant inenvisageable.

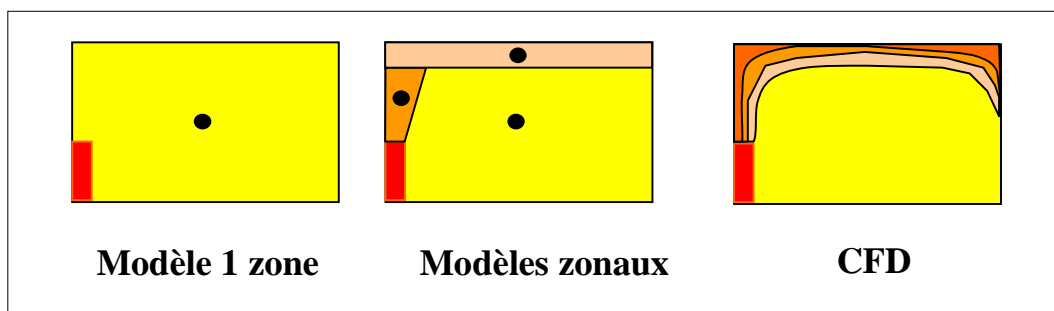


Fig. 1 : 3 niveaux possibles de description des températures dans un volume d'air

II - 1 - 3 - HYPOTHESE SUR LE DECOUPAGE DU RAYONNEMENT

La distinction "courtes" (CLO) et "grandes" (GLO) longueur d'ondes provient du découpage du spectre électromagnétique en deux parties, dans le domaine de fréquences qui intéresse la thermique du bâtiment.

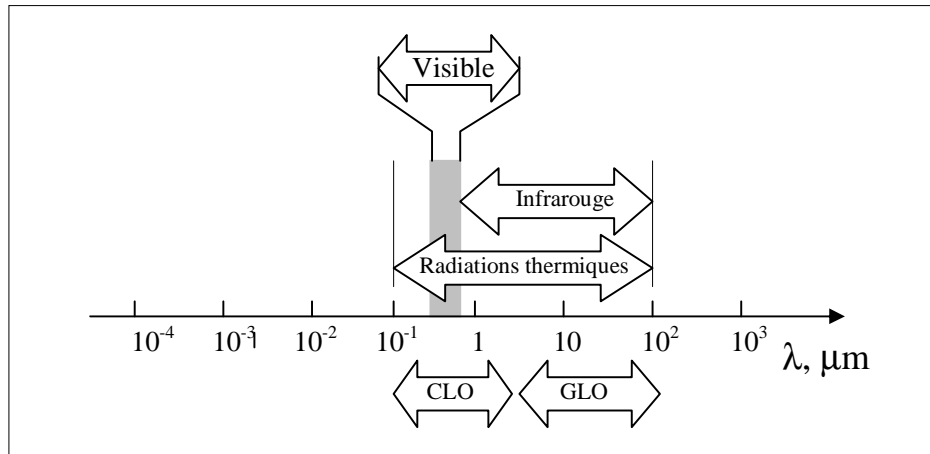


Fig. 2 : schéma de découpage entre courtes et grandes longueurs d'onde

La partie CLO correspond au rayonnement solaire et la partie GLO au rayonnement des parois entre elles.

La distinction CLO et GLO est justifiée par un traitement différent de ces rayonnements.

II - 2 - LES PHENOMENES PHYSIQUES RENCONTRES DANS LE DOMAINE DU BATIMENT

II - 2 - 1 - L'ENVIRONNEMENT EXTERIEUR (METEO)

La figure suivante présente schématiquement les différents phénomènes physiques extérieurs intervenant dans la thermique d'un bâtiment : rayonnement solaire et rayonnement avec le ciel, réflexion du flux solaire par le sol, et échange convectif entre le bâtiment et l'air environnant.

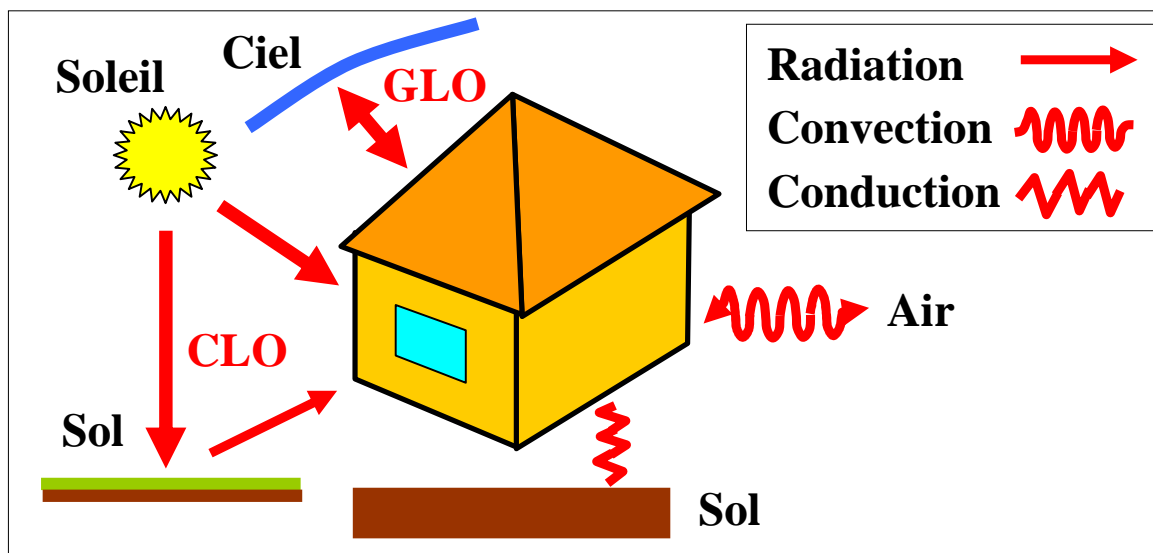


Fig. 3 : phénomènes physiques à l'extérieur du bâtiment

II - 2 - 2 - L'INTERIEUR D'UN VOLUME D'AIR

II - 2 - 2 - 1 - LES DIFFERENTS PHENOMENES D'ECHANGES AIR-SURFACE

A l'intérieur d'un local, les phénomènes physiques thermiques se répartissent entre échanges radiatifs des surfaces entre elles, et échanges convectifs de ces surfaces avec l'air intérieur. A noter qu'une hypothèse de base de la modélisation (voir plus loin) est que le soleil traversant une surface transparente atteint le sol en premier lieu, avant sa répartition par les inter-réflexions entre surfaces.

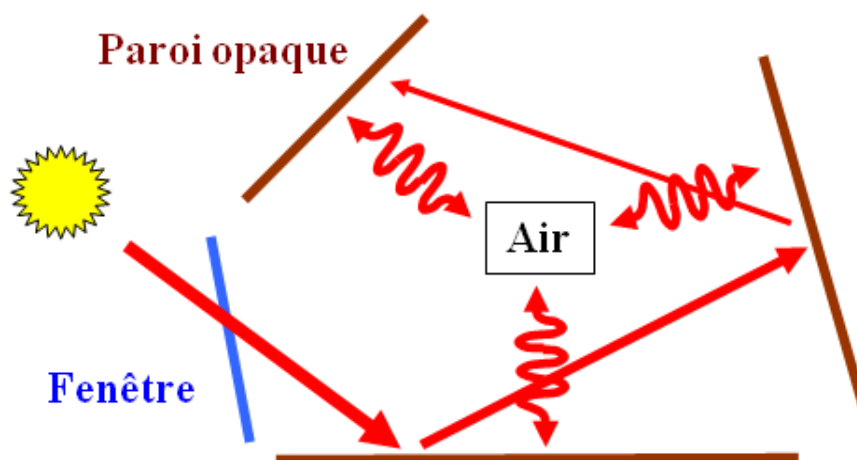


Fig. 4 : Phénomènes physiques à l'intérieur du bâtiment

II - 2 - 2 - 2 - LE RAYONNEMENT CLO

Le rayonnement CLO est modélisé par une inter-réflexion entre les différentes surfaces du local.

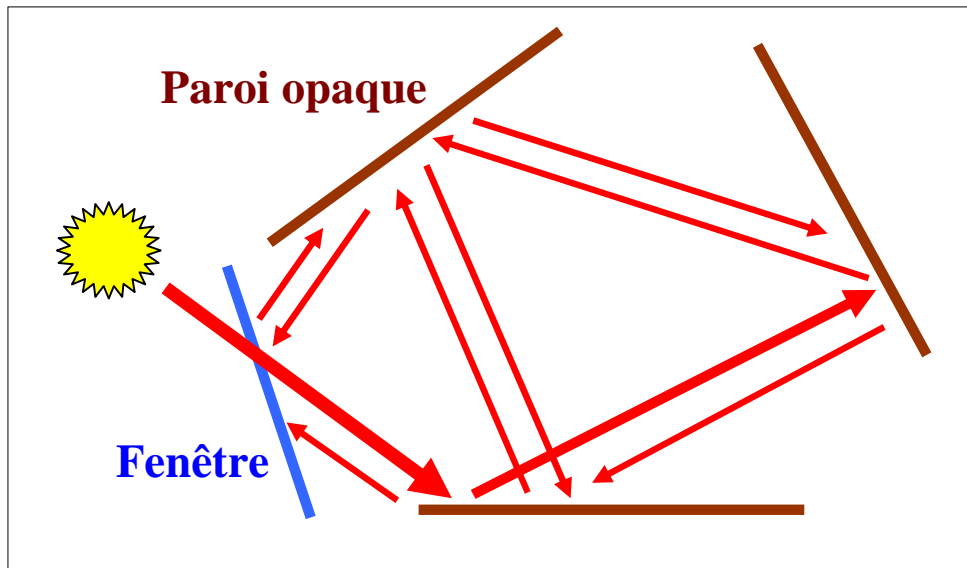


Fig. 5 : le rayonnement CLO dans une cavité rayonnante

Dans cette inter-réflexion interviennent des facteurs de forme, qui traduisent comment les surfaces se voient les unes les autres.

Dans la pratique, ce phénomène fait intervenir un calcul matriciel pour déterminer les puissances radiatives émises et absorbées par chaque surface.

II - 2 - 2 - 3 - LE RAYONNEMENT GLO

Le rayonnement GLO est traité par l'intermédiaire d'une « température radiante », valeur moyenne des températures des parois, pondérées par les surfaces. Ensuite, les échanges sont modélisés de façon identique aux échanges convectifs.

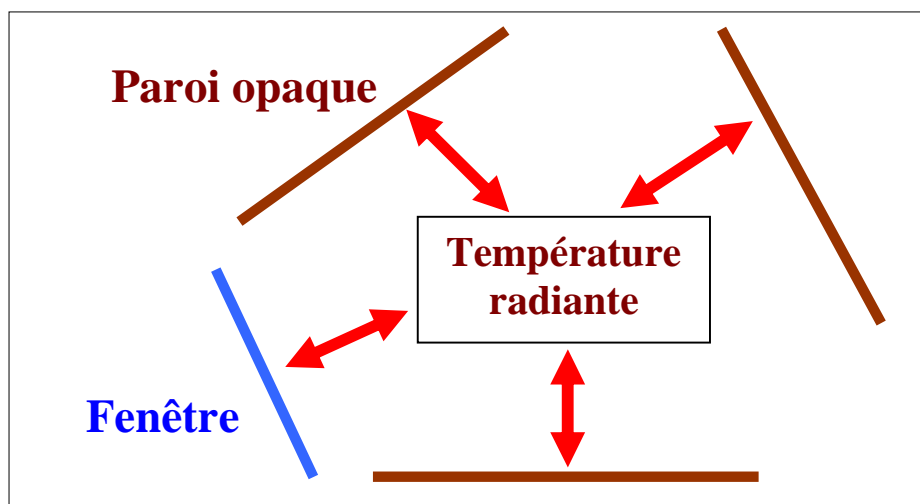


Fig. 6 : le rayonnement GLO dans une cavité rayonnante

La température radiante est la « température radiante moyenne » de la cavité c, définie ici comme étant la moyenne pondérée des températures des surfaces entourant le volume d'air.

II - 3 - POSITION CONCEPTUELLE DU PROBLEME

II - 3 - 1 - LE BATIMENT

Le bâtiment est considéré du point de vue de l'occupation des locaux. D'où la définition conceptuelle : ensemble de volumes d'air qui échangent entre eux de l'énergie et de la matière.

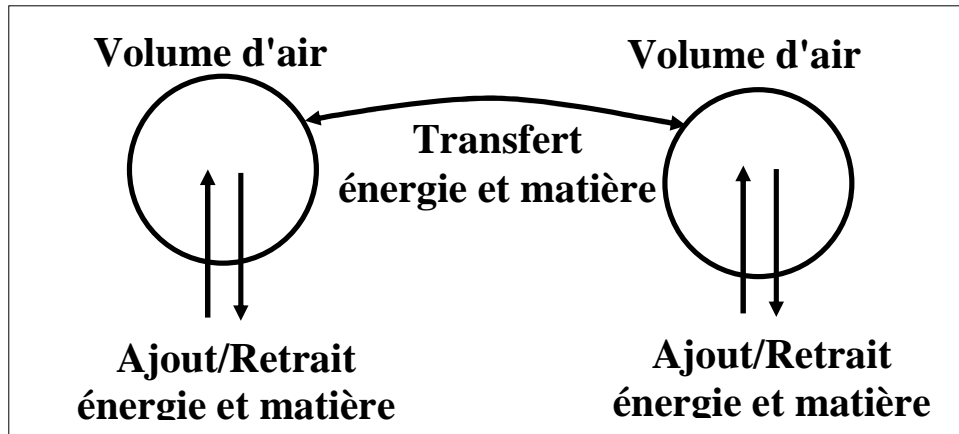


Fig. 7 : représentation conceptuelle du bâtiment sous forme de blocs (volumes) et de liens

II - 3 - 2 - LE VOLUME D'AIR

Les variables d'un volume d'air sont :

- la température d'air
- la température radiante
- l'humidité (en fait, la masse d'eau contenue dans le volume)

L'équation de base est la conservation de l'énergie pour un volume de matière :

$$\rho.C.Volume.\frac{dT}{dt} = \sum \text{Flux surfacique} + \sum \text{Flux volumique}$$

II - 3 - 3 - LES SURFACES

II - 3 - 3 - 1 - LES SURFACES OPAQUES

La figure suivante présente les différents modes d'échange au niveau des surfaces opaques.

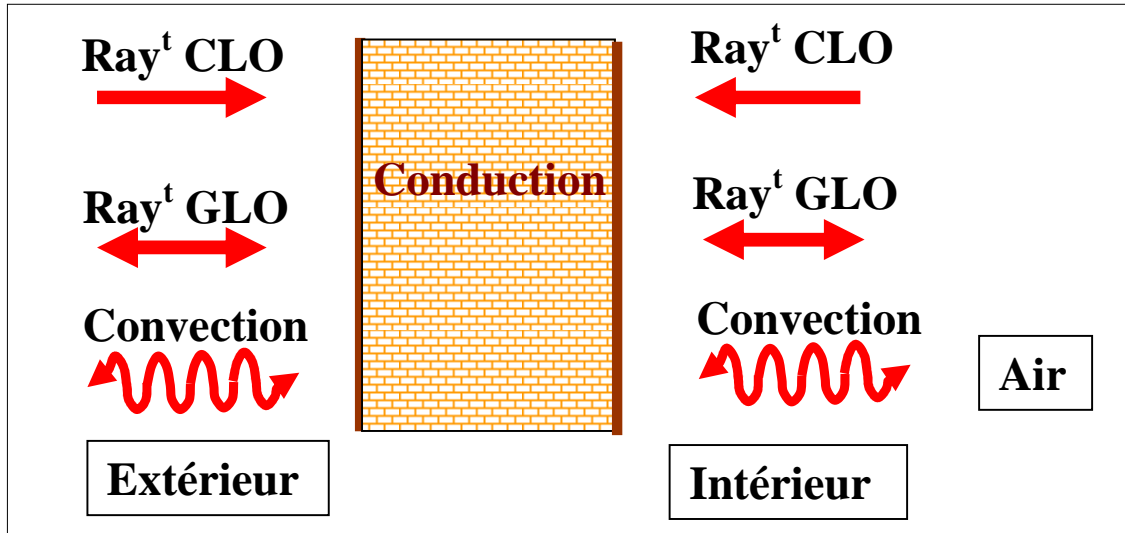


Fig. 8 : phénomènes physiques sur les faces d'une paroi opaque

II - 3 - 3 - 2 - LES FENETRES

Les surfaces transparentes sont traitées comme des surfaces opaques pour les échanges convectifs et le rayonnement GLO, avec l'ajout de mécanismes de transmission/absorption du rayonnement CLO, comme schématisés sur la figure suivante.

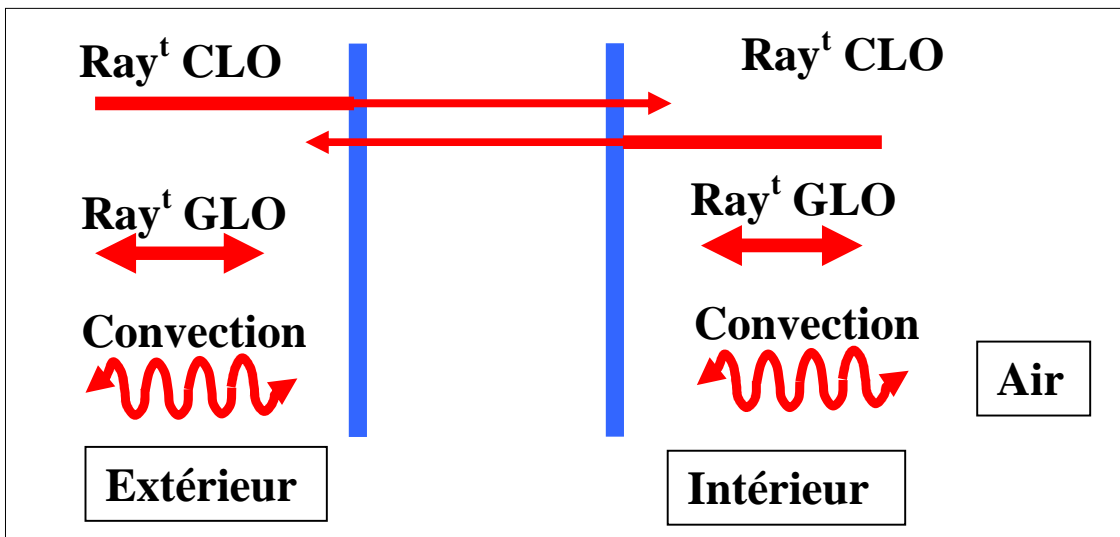


Fig. 9 : phénomènes physiques sur les faces d'une fenêtre

III - LES MODELES ET EQUATIONS

III - 1 - EQUATIONS SENSIBLE ET LATENT D'UN VOLUME D'AIR

Bilan enthalpique sensible :

$$V_c \cdot \rho_c^a \cdot C_c^a \cdot \frac{dT_c^a}{dt} = \sum_{k=1}^{Nb_parois(c)} h_k \cdot S_k \cdot (T_{cavité\ j\ lié\ à\ c\ par\ k}^a - T_c^a) + \sum_{k=1}^{Nb_débits(c)} Q_{c,j,k} \cdot (\rho_j^a \cdot C_j^a \cdot T_{cavité\ j\ lié\ à\ c\ par\ k}^a) + \sum_{k=1}^{Nb_sources(c)} P_{c,k}$$

Bilan enthalpique latent :

Le bilan d'enthalpie latent s'obtient en écrivant le bilan massique de la vapeur d'eau contenue dans le volume d'air. La variation de la masse de vapeur d'eau contenue dans l'air de la cavité est égale à la somme des débits volumiques de vapeur et des termes internes de production/disparition :

$$\frac{dm_c^w}{dt} = \sum_{j=1}^{Nb_débits(c)} Q_{c,j,k} \cdot \rho_j^w + \sum_{k=1}^{Nb_sources(c)} \dot{M}_{c,k} \quad \left\{ \begin{array}{ll} m_c^w & \text{masse d'eau contenue dans la cavité c (en kg)} \\ \rho_j^w & \text{masse volumique de la vapeur d'eau de la cavité j (en kg/m}^3\text{)} \\ Q_{c,j,k} & \text{k_ième débit volumique de la cavité j vers la cavité c (en m}^3\text{/s)} \\ \dot{M}_{c,k} & \text{k_ième débit massique de vapeur d'eau de la cavité c (en kg/s)} \end{array} \right.$$

Le débit massique de vapeur d'eau $\dot{M}_{c,k}$ peut également s'écrire $L \cdot \dot{M}_{c,k} = P_{c,k}$, où L est la chaleur latente de vaporisation de l'eau et P la puissance injectée.

En exprimant les masses volumiques de vapeur d'eau en fonction de l'humidité spécifique r et de la masse de d'air sec : $m_c^w = m_c^a \cdot r_c$, où r_c est l'humidité spécifique de l'air (en kg/kg d'air sec), on peut écrire l'équation sous la forme :

$$\boxed{\rho_c^a \cdot V_c \cdot L \cdot \frac{dr_c}{dt} = \sum_{k=1}^{Nb_débits(c)} Q_{c,j,k} \cdot \rho_j^a \cdot L \cdot r_j + \sum_{k=1}^{Nb_sources(c)} P_{c,k}}$$

Avec $\left\{ \begin{array}{ll} \rho_j^a & \text{masse volumique de l'air de la cavité j (en kg/m}^3\text{)} \end{array} \right.$

III - 2 - LE MODELE CONDUCTIF DES PAROIS OPAQUES

Pour les transferts conductifs dans les parois, le modèle "R2C" est utilisé (le sigle "R2C" indique "1 Résistance - 2 Capacités").

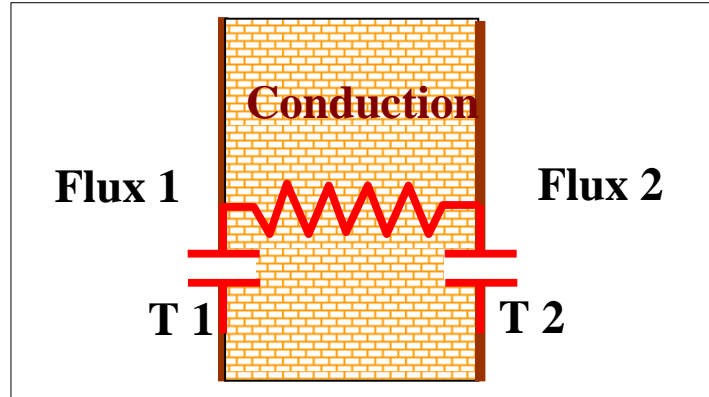


Fig. 10 : modèle conductif analogique d'une paroi

La modélisation des transferts conductifs en régime variable dans les parois opaques est obtenue en raisonnant sur les bilans énergétiques.

Si l'on suppose à chaque instant une répartition linéaire des températures dans chaque couche d'une paroi, la quantité de chaleur dQ stockée entre l'instant t et $t+dt$ est évaluée par la relation :

$$dQ = \sum_{k=1}^{Nb_couches} \rho_k \cdot C_k \cdot w_k \cdot S \cdot [(1 - \beta_k) \cdot dT_1^S + \beta_k \cdot dT_2^S]$$

La sommation est effectuée de la face 1 ($k=1$) vers la face 2 ($k=Nb_couches$).

On prend :

$$\beta_k = K \cdot \left(\frac{R_k}{2} + \sum_{j=1}^{k-1} R_j \right) \left\{ \begin{array}{l} R_j = \frac{w_j}{\lambda} \quad \text{resistance thermique de la couche } j \\ K = \frac{1}{\sum_{j=1}^{Nb_couches} R_j} \quad \text{conductance de la paroi} \end{array} \right.$$

et donc

$$dQ = c_1 \cdot dT_1^S + c_2 \cdot dT_2^S \left\{ \begin{array}{l} c_1 \text{ (couche 1)} = \sum_{k=1}^{Nb_couches} \rho_k \cdot C_k \cdot w_k \cdot S \cdot (1 - \beta_k) \\ c_2 \text{ (couche N)} = \sum_{k=1}^{Nb_couches} \rho_k \cdot C_k \cdot w_k \cdot S \cdot \beta_k \end{array} \right.$$

Ce qui donne les deux équations différentielles suivantes pour l'évolution des températures de surfaces (les seules variables de la paroi) :

$$\left\{ \begin{array}{l} c_1 \cdot \frac{dT_1^S}{dt} = K \cdot S \cdot (T_2^S - T_1^S) - F_1 \\ c_2 \cdot \frac{dT_2^S}{dt} = K \cdot S \cdot (T_1^S - T_2^S) - F_2 \end{array} \right.$$

Les flux F_1 et F_2 sont respectivement les flux sur les faces 1 et 2 de la paroi. Ils sont positifs s'il s'agit de flux sortant de la paroi.

A noter la nécessité de disposer d'une version « dégradée » de ce modèle, mise en œuvre dans le cas de paroi peu inerte (et donc possédant une temps caractéristique très petit, qui impliquerait un pas en temps très faible et donc un temps de simulation trop élevé). Cette version dégradée fusionne les deux températures de surface en une seule, et suppose l'équilibre thermique atteint à tout moment

III - 3 - LES FLUX RADIATIFS

III - 3 - 1 - REPERAGE ANGULAIRE

Le repérage d'une surface se donne par son azimut $_A_SURFACE$ et par son inclinaison $_I_SURFACE$ (A et I sur la figure).

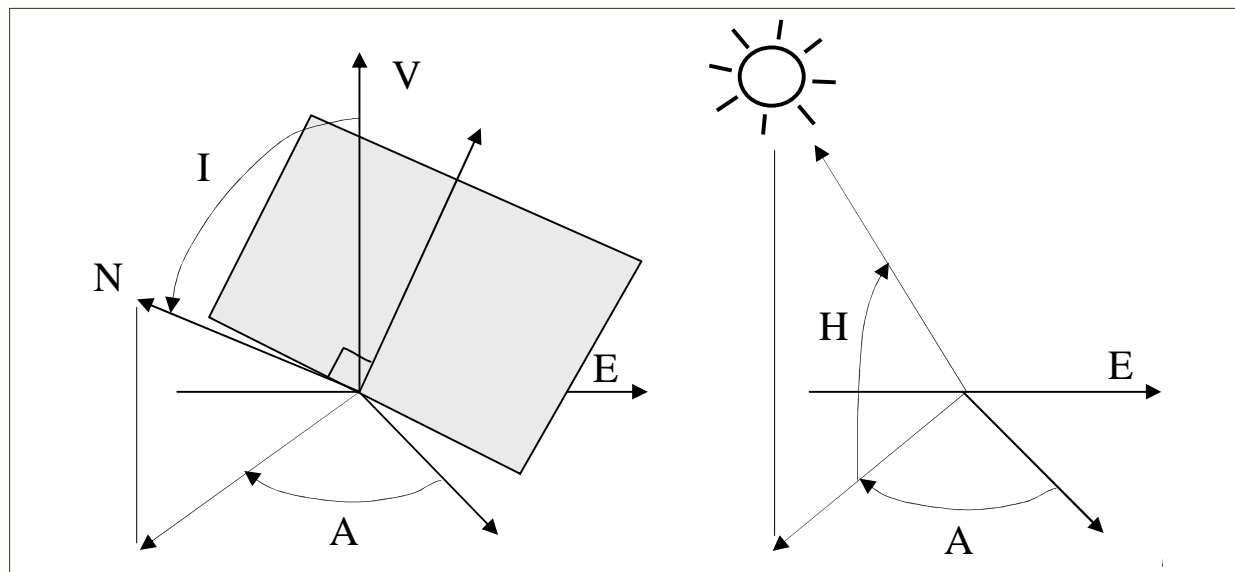


Fig. 11 : Repérage angulaire des surfaces

III - 3 - 2 - FLUX RADIATIFS EXTERIEURS

Notations :

$\left\{ \begin{array}{l} i \\ a \\ r \\ t \\ p \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{incident} \\ \text{absorbé} \\ \text{réfléchi} \\ \text{transmis} \\ \text{produit} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} D \\ d \\ CI \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{direct} \\ \text{diffus} \\ \text{charge interne} \end{array} \right.$
--	--	---	--

L'indice i désignera l'angle d'incidence du rayon lumineux direct par rapport à la surface. Il est défini par l'angle entre la normale à la vitre et la direction des rayons lumineux du flux direct.

III – 3 – 2 - 1 – FLUX EXTERIEURS DE COURTES LONGUEURS D'ONDE (CLO)

Les flux radiatifs de courtes longueurs d'onde correspondent aux flux solaires. Ils se décomposent en flux direct ϕ_D^{CLO} et flux diffus ϕ_d^{CLO} . Ces deux flux sont définis par rapport au plan de la surface, et correspondent à des densités (exprimées en W/m^2).

III – 3 – 2 - 1 – 1 - FLUX SOLAIRE REÇUS PAR UNE SURFACE

LES RELATIONS ANGULAIRES

L'azimut relatif du soleil par rapport à la surface est :

$$A_RELATIF = (_A_SURFACE + _A_SITE) - _A_SOLEIL$$

L'angle d'incidence relatif i est calculé par la relation :

$$\cos(i) = \cos(_H_SOLEIL) * \sin(_I_SURFACE) * \cos(A_RELATIF) + \sin(_H_SOLEIL) * \cos(_I_SURFACE)$$

Et si $\cos(i)$ est négatif, le soleil ne frappe pas la paroi inclinée.

FLUX DIRECT

$_FD_SOLEIL$ est le flux solaire direct reçu par un plan horizontal. Le flux solaire direct FN_SOLEIL reçu par un plan perpendiculaire aux rayons solaires s'écrit :

$$FN_SOLEIL = _FD_SOLEIL / \sin(_H_SOLEIL)$$

Le flux direct $\phi_D^{CLO}(i)$ vaut alors :

$$\phi_D^{CLO}(i) = \frac{_FD_SOLEIL}{\sin(_H_SOLEIL)} \cdot \cos(i)$$

FLUX DIFFUS

Le flux diffus est supposé isotrope.

Une surface est supposée recevoir deux types de rayonnement diffus :

- le rayonnement provenant directement de la voûte céleste **Fd_CIEL**
- le rayonnement provenant du rayonnement réfléchi par le sol **Fd_SOL**

Pour cela, il intervient le facteur de forme de la paroi avec la voûte céleste **FF_SURFACE/CIEL**, qui ne dépend que de l'inclinaison $_I_SURFACE$ de la paroi :

$$FF_SURFACE/CIEL = (1 - \cos(_I_SURFACE)) / 2$$

Les deux flux diffus sont alors :

$$\begin{aligned} Fd_CIEL &= FF_SURFACE/CIEL * _Fd_SOLEIL \\ Fd_SOL &= (1 - FF_SURFACE/CIEL) * _ALBEDO * (_Fd_SOLEIL + _FD_SOLEIL) \end{aligned}$$

L'**albédo du sol** caractérise la fraction du flux incident, dirigé ou diffus, renvoyé dans toutes les directions par réflexion-diffusion sur la surface réceptrice. Une surface noire possède un albédo très faible, alors qu'un albédo voisin de l'unité caractérise une surface blanche, dans le domaine des radiations lumineuses.

Le flux diffus total ϕ_d^{CLO} reçu par la surface est la somme de ces deux termes :

$$\phi_d^{CLO} = Fd_CIEL + Fd_SOL$$

A noter que le flux diffus total reçu par une surface ne dépend pas de l'azimut de cette surface.

CORRECTION A APPORTER AUX DENSITES DE FLUX DIRECT ET DIFFUS

La densité de flux directe **est à corriger par la prise en compte :**

du coefficient de clair _C_CLAIR (pourcentage de surface transparente par rapport à la surface totale)

du coefficient de lumière C_LUMIERE (pour les ombres dues aux masques proches)

et :

$$\left(\phi_D^{CLO}\right) = _C_CLAIR * C_LUMIERE * \phi_D^{CLO}$$

La densité de flux diffuse **est à corriger par la prise en compte :**

du coefficient de clair _C_CLAIR

$$\left(\phi_d^{CLO}\right) = _C_CLAIR * \phi_d^{CLO}$$

FLUX TOTAL

Le flux solaire total $\phi_T^{CLO}(i)$ reçu par une paroi est la somme des flux direct et diffus :

$$\phi_T^{CLO}(i) = \phi_D^{CLO}(i) + \phi_d^{CLO}.$$

III – 3 – 2 - 1 – 2 - FLUX ABSORBE ET FLUX TRANSMIS

Dans le cas général, une surface est transparente, et sa transparence est caractérisée par des formules empiriques qui donnent de bons résultats. Elles nécessitent la connaissance de deux caractéristiques des matériaux utilisés : le coefficient d'absorption α_{D0} et le coefficient de transmission τ_{D0} (fournis par le fabricant). Le coefficient de transmission est bien sur nul dans le cas d'un matériau opaque.

Les flux absorbé et transmis par unité de surface (ϕ_a et ϕ_t) se calculent en fonction de l'angle d'incidence (i) et des densités de flux lumineux direct et diffus (ϕ_D et ϕ_d), comme suit :

$$\begin{cases} \phi_a(i) &= \alpha_D^k(i) \cdot \phi_D^{CLO}(i) + \alpha_d^k \cdot \phi_d^{CLO} \\ \phi_t(i) &= \tau_D^k(i) \cdot \phi_D^{CLO}(i) + \tau_d^k \cdot \phi_d^{CLO} \end{cases} \quad \text{avec } k \equiv \text{nombre de couches}$$

ϕ_D et ϕ_d correspondent à des densités d'énergie reçue par le plan du vitrage.

III – 3 – 2 - 1 – 3 – LA SURFACE EST TRANSPARENTE (VITRAGE)

SIMPLE VITRAGE – FLUX DIRECT

$$\begin{cases} \alpha'_D(i) = \alpha_{D0} \quad \forall i \\ \tau'_D(i) = \begin{cases} \tau_{D0} & \text{si } \cos(i) < 0.8 \\ \tau_{D0} \cdot \cos(i) \cdot [2.5 - 1.56 \cdot \cos(i)] & \text{si } \cos(i) > 0.8 \end{cases} \end{cases}$$

DOUBLE VITRAGE – FLUX DIRECT

$$\begin{cases} \alpha''_D(i) = \alpha_{GD0} = \alpha_{GD0}^1 + \alpha_{GD0}^{12} \quad \forall i \\ \tau''_D(i) = \begin{cases} \tau_{GD0} & \text{si } \cos(i) < 0.8 \\ \tau_{GD0} \cdot \cos(i) \cdot [2.5 - 1.56 \cdot \cos(i)] & \text{si } \cos(i) > 0.8 \end{cases} \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \alpha_{GD0}^1 = \alpha_{D0}^1 \cdot \left(1 + \frac{\rho_{D0}^2 \cdot \tau_{D0}^1}{1 - \rho_{D0}^1 \cdot \rho_{D0}^2}\right) \\ \alpha_{GD0}^{12} = \frac{\alpha_{D0}^2 \cdot \tau_{D0}^1}{1 - \rho_{D0}^1 \cdot \rho_{D0}^2} \\ \tau_{GD0} = \frac{\tau_{D0}^1 \cdot \tau_{D0}^2}{1 - \rho_{D0}^1 \cdot \rho_{D0}^2} \end{cases}$$

Le vitrage indicé « 1 » est celui qui reçoit en premier le flux lumineux. Le coefficient d'absorption correspond à l'absorption sur la vitre qui reçoit en premier le flux lumineux.

En ce qui concerne les vitrages, le traitement général est plus complexe, notamment en ce qui concerne les protections solaires ([JN0402]).

En particulier, le flux diffus est maintenant calculé par une intégration sur tout l'espace vue par la fenêtre.

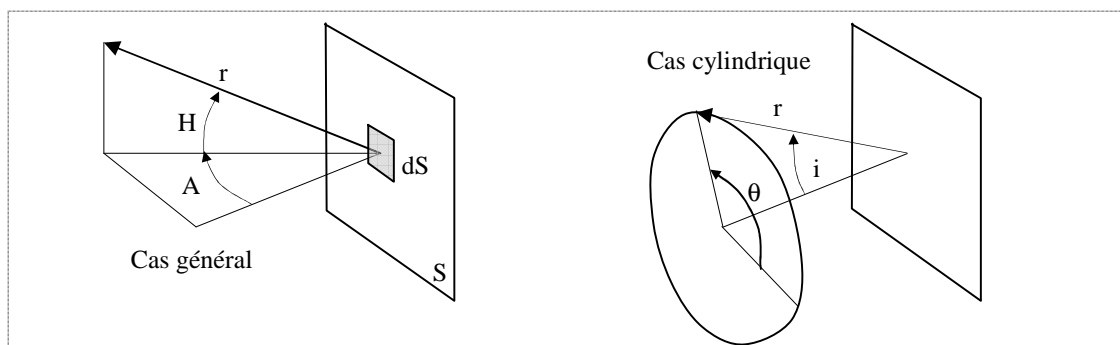


Fig. 12 : Intégration du rayonnement direct pour obtenir le rayonnement diffus

III – 3 – 2 - 1 – 4 – LA SURFACE EST OPAQUE (PAROI)

Dans ce cas : $\begin{cases} \alpha_D(i) = \alpha_d = \alpha_{D0} \quad \forall i \\ \tau_D(i) = \tau_d = 0 \end{cases}$

III – 3 – 2 – 2 – FLUX EXTERIEURS DE GRANDES LONGUEURS D'ONDE (GLO)

Le flux extérieur absorbé de grandes longueurs d'onde se calcule comme suit :

$$\phi_a^{GLO} = h_S^{GLO} \cdot (T_S - T_E(w)) + h_A^{GLO} \cdot (T_A - T_E(w))$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} T_S & \text{température du ciel} \\ T_A & \text{température d'air extérieur} \\ T_E(w) & \text{température de surface de la paroi } w \\ h_S^{GLO} & \text{coefficient d'échange ciel/surface extérieure} \\ h_A^{GLO} & \text{coefficient d'échange air/surface extérieure} \end{array} \right.$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{ll} h_S^{GLO} = \bar{h}_S^{GLO} \cdot \left(\frac{1 + \cos(I_SURFACE)}{2} \right) & \text{et } \bar{h}_S^{GLO} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_S^2 + T_e^2(w)) \cdot (T_S + T_e(w)) \\ h_A^{GLO} = \bar{h}_A^{GLO} \cdot \left(\frac{1 - \cos(I_SURFACE)}{2} \right) & \text{et } \bar{h}_A^{GLO} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_A^2 + T_e^2(w)) \cdot (T_A + T_e(w)) \end{array} \right.$$

Pour simplifier, on prend \bar{h}_S^{GLO} et \bar{h}_A^{GLO} identiques, et égaux = 2.5 w/m².K.

A noter que le traitement est identique pour les surfaces opaques et transparentes.

III – 3 – 3 – FLUX RADIATIFS INTERIEURS

III – 3 – 3 – 1 – FLUX INTERIEURS DE COURTES LONGUEURS D'ONDE (CLO)

Notations :

La puissance totale d'énergie produite $P_{p,T}^{CLO}$ correspond à une re-émission d'énergie reçue, et se décompose schématiquement de la façon suivante :

$$P_{p,T}^{CLO} \equiv P_{D,p}^{CLO} + P_{d,p}^{CLO} + P_{Cl,p}^{CLO} \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{ll} P_{D,p}^{CLO} & \text{puissance CLO directe reçue par les vitrages} \\ P_{d,p}^{CLO} & \text{puissance CLO diffuse reçue par les vitrages} \\ P_{Cl,p}^{CLO} & \text{puissance CLO générée par les charges internes} \end{array} \right.$$

Les puissances $P_{D,p}^{CLO}$ et $P_{d,p}^{CLO}$ sont obtenues en multipliant les densités de flux ϕ_D^{CLO} et ϕ_d^{CLO} par les surfaces des fenêtres correspondantes (cf. paragraphe III-5-1-1-1).

La puissance totale d'énergie produite $P_{p,T}^{CLO}(c)$ se répartie sur les différentes surfaces k de la cavité c , auxquelles on affecte une puissance $P_{p,T}^{CLO}(c,k)$ telle que :

$$P_{p,T}^{CLO}(c) = \sum_k^{nb_surfaces(c)} P_{p,T}^{CLO}(c,k)$$

S_T est le total des surfaces de la cavité c :
$$S_T(c) = \sum_{k=1}^{nb_surfaces(c)} S_k(c)$$

S_P est le total des surfaces des planchers de la cavité c :
$$S_P(c) = \sum_{k=1}^{nb_surface(c)} \delta(k \equiv \text{plancher}) \cdot S_k(c)$$

Les surfaces pondérées suivantes sont utilisées :

$$\boxed{ws(c,k) = \frac{S_k(c)}{S_T(c)}} \quad \boxed{wf(c,k) = \frac{S_k(c)}{S_P(c)} \cdot \delta(k \equiv \text{plancher})} \quad \boxed{wsr(c,k) = \rho_k \cdot ws(c,k)} \quad \boxed{wfr(c,k) = \rho_k \cdot wf(c,k)}$$

Hypothèses simplificatrices :

1 - Le **flux direct produit** $P_{D,p}^{CLO}(c, j)$ affecté à la surface j est non nul uniquement pour un plancher, et vaut :

$$P_{D,p}^{CLO}(c, j) = \frac{S_j(c)}{S_p(c)} \cdot \delta(j \equiv \text{plancher}) \cdot P_{D,p}^{CLO}(c)$$

2 - Le **flux diffus produit** $P_{d,p}^{CLO}(c, j)$ s'écrit :

$$P_{d,p}^{CLO}(c, j) = \frac{S_j(c)}{S_T(c)} \cdot P_{d,p}^{CLO}(c)$$

Cette formulation sous-entend que le flux diffus $P_{d,p}^{CLO}(c)$ est d'abord réparti au prorata des surfaces avant d'être réparti par inter-réflexion.

3 - Le **flux produit par les charges internes** $P_{CI,p}^{CLO}(c, j)$ s'écrit :

$$P_{CI,p}^{CLO}(c, j) = \frac{S_j(c)}{S_T(c)} \cdot P_{CI,p}^{CLO}(c)$$

Relations :

Dans une cavité c et pour les surfaces j de cette cavité, les liens entre puissance incidente P_i , puissance réfléchie P_r et puissance produite P_p sont tels que :

$$P_i^{CLO}(c, j) = \left(\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{nb_surfaces} F_{j,k}(c) \cdot \rho_k \cdot P_i^{CLO}(c, k) \right) + P_{p,T}^{CLO}(c, j) \quad \forall j=1, nb_surfaces(c)$$

où interviennent les facteurs de forme $F_{j,k}$ (facteur de forme de la surface j vue de la surface k). Par définition, on pose $F_{i,i} = 0$.

Cela conduit au système matriciel (où les inconnues sont les $P_i^{CLO}(c, j)$) :

$$P_i^{CLO}(c, j) - \sum_{k=1}^{nb_surfaces(c)} F_{j,k}(c) \cdot \rho_k \cdot P_i^{CLO}(c, k) = P_{p,T}^{CLO}(c, j) \quad \forall j=1, nb_surfaces(c)$$

Soit **A la matrice de ce système** : $\overline{A} = [A_{i,j}]$ avec $A_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si } i=j \\ -F_{i,j} \cdot \rho_j & \text{si } i \neq j \end{cases}$

Le **terme second-membre** s'écrit : $P_{p,T}^{CLO}(c, j) = wf(c, j) \cdot P_{D,p}^{CLO}(c) + ws(c, j) \cdot (P_{d,p}^{CLO}(c) + P_{CI,p}^{CLO}(c))$.

Algorithme :

Initialisation :

Pour chaque surface j de la cavité c :

calcul de la surface totale S_T

calcul de la surface totale des planchers S_p

calcul de la surface pondérée $ws(c, j) = \frac{S_j(c)}{S_T(c)}$

calcul de la surface pondérée $wsr(c, j) = ws(c, j) \cdot \rho_j$

calcul de la surface pondérée $wf(c, j) = \frac{S_j(c)}{S_p(c)}$ (nulle si la surface n'est pas un plancher)

calcul de la surface pondérée $wfr(c, j) = wp(c, j) \cdot \rho_k$

calcul des facteurs de forme $F_{i,j}(c)$

calcul des termes de la matrice \bar{A} , $A_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ -F_{j,i} \cdot \rho_j & \text{si } i \neq j \end{cases}$

Calcul :

Calcul des second-membres $P_{p,T}^{CLO}(c, j) = wf(c, j) \cdot P_{D,p}^{CLO}(c) + ws(c, j) \cdot (P_{d,p}^{CLO}(c) + P_{Cl,p}^{CLO}(c))$

Résolution du système matriciel : $\bar{A} \bar{X} = \bar{P}$ où $\bar{X} = [P_i^{CLO}(c, j)]$

Calcul des termes $P_a^{CLO}(c, j) = \alpha_{D0}(c, j) P_i^{CLO}(c, j)$

Définition des facteurs de forme :

La relation ci-dessus donne :

$$\sum_j P_i^{CLO}(c, j) = \sum_j \left(\sum_{k=1} F_{j,k}(c) \cdot \rho_k \cdot P_i^{CLO}(c, k) \right) + \sum_j P_{p,T}^{CLO}(c, j) \quad \text{pour } j \text{ parcourant toutes les surfaces de } c$$

avec la relation $\sum_j (1 - \rho_j) \cdot P_i^{CLO}(c, j) = \sum_j P_{p,T}^{CLO}(c, j)$, qui traduit la conservation de l'énergie, on obtient :

$$\sum_j P_i^{CLO}(c, j) = \sum_{k=1} \sum_j (F_{j,k}(c) \cdot \rho_k \cdot P_i^{CLO}(c, k)) + \sum_j (1 - \rho_k) \cdot P_i^{CLO}(c, k)$$

soit

$$0 = \sum_{k=1}^s \left[\rho_k \cdot P_i^{CLO}(c, k) \cdot \sum_j F_{j,k}(c) \right] - \sum_j \rho_k \cdot P_i^{CLO}(c, k)$$

soit

$$0 = \sum_{k=1} \left[\rho_k \cdot P_i^{CLO}(c, k) \cdot \left(1 - \sum_j F_{j,k}(c) \right) \right]$$

La conservation de l'énergie n'est imposée que si l'on a la relation suivante : $\sum_j F_{j,k}(c) = 1 \quad \forall k$

Pour simplifier, on prend donc $F_{j,k}(c) = \frac{S_j}{S_T - S_k}$ avec $S_T(c) = \sum_{k=1}^{nb_surfaces(c)} S_k(c)$

III – 3 – 2 - 3 – FLUX INTERIEURS DE GRANDES LONGUEURS D'ONDE (GLO)

La densité de flux ϕ reçu ou émis par la paroi w d'une cavité c est tel que :

$$\phi(c, w) = \phi^{GLO}(c, w) + \phi^{CLO}(c, w) + \phi^{CV}(c, w)$$

$\phi^{GLO}(c, w)$ est la densité de flux échangée dans la cavité c entre la paroi w et toutes les autres parois :

$$\phi^{GLO}(c, w) = \sigma_0 \cdot \sum_{j=1}^{Nb_parois(c)} F_{w,j} \cdot (T_j^S)^4 - (T_w^S)^4 + q''_{c,w} \quad [W/m^2]$$

La plupart des matériaux de construction ayant une émissivité élevée, il est acceptable dans les calculs de négliger les diverses réflexions, ce qui revient à considérer les parois comme des corps noirs pour le rayonnement de grande longueur d'onde. On obtient alors :

$$\phi^{GLO}(c, w) = \sigma_0 \cdot \sum_{j=1}^{Nb_parois(c)} F_{w,j} \cdot (T_j^S)^4 - (T_w^S)^4 + q''_{c,w} \quad [W/m^2]$$

On peut linéariser cette expression en posant $hr_{f,j} = \sigma_0 \cdot (T_j^S)^2 + (T_f^S)^2 \cdot (T_j^S + T_f^S) \quad [W/m^2.K]$

Le coefficient d'échange radiatif $hr_{f,j}$ étant pratiquement toujours compris entre 4 et 5 $W/m^2.K$, on introduit un coefficient d'échange moyen hr tel que $hr_{w,j} = hr \quad \forall w, j \quad [W/m^2.K]$

L'expression donnant la densité de flux devient alors :

$$\phi^{GLO}(c, w) = \sigma_0 \cdot hr \cdot \sum_{j=1}^{Nb_parois(c)} F_{w,j} \cdot (T_j^S - T_w^S) + q''_{c,w} \quad [W/m^2]$$

Hypothèse 1 : le facteur de forme $F_{w,j}$ est approché par la formulation $F_{w,j} = \frac{S_j}{\sum_{k=1}^{Nb_parois} S_k} \quad [--]$

Hypothèse 2 : la densité q'' est approchée par $q''_{c,w} = \frac{\sum_{k=1}^{Nb_parois} S_k}{S_j} \cdot P^{GLO} \quad [W/m^2]$

où P^{GLO} est la puissance GLO dans la cavité.

Formulation finale :

$$\phi^{GLO}(c, w) = hr \cdot (T^{RM}(c) - T_f^S) \quad [W/m^2] \quad , \quad T^{RM}(c) = \left[\frac{\frac{P^{GLO}}{hr} + \sum_{k=1}^{Nb_parois(c)} S_k \cdot T_j^S}{\sum_{k=1}^{Nb_parois(c)} S_k} \right] \quad [K, ^\circ C]$$

où $T^{RM}(c)$ est la « température radiante moyenne » de la cavité c , définie ici comme étant la moyenne pondérées des températures de surface.

III - 4 - TRAITEMENT DES MASQUES SOLAIRES

L'affichage des résultats de calcul des masques solaires n'est possible que dans CoDyBa et non dans KoZiBu. Les masques sont des obstacles au passage du rayonnement direct et sont actuellement attachés uniquement aux fenêtres.

En toute logique, il faudrait également pouvoir les attacher à des parois opaques. En effet, un mur avec une casquette (obstacle sous forme d'une avancée horizontale) ne peut pas être traité facilement actuellement.

Les masques sont décrits comme une somme de surfaces rectangulaires placées parallèlement à un des côtés de la fenêtre.

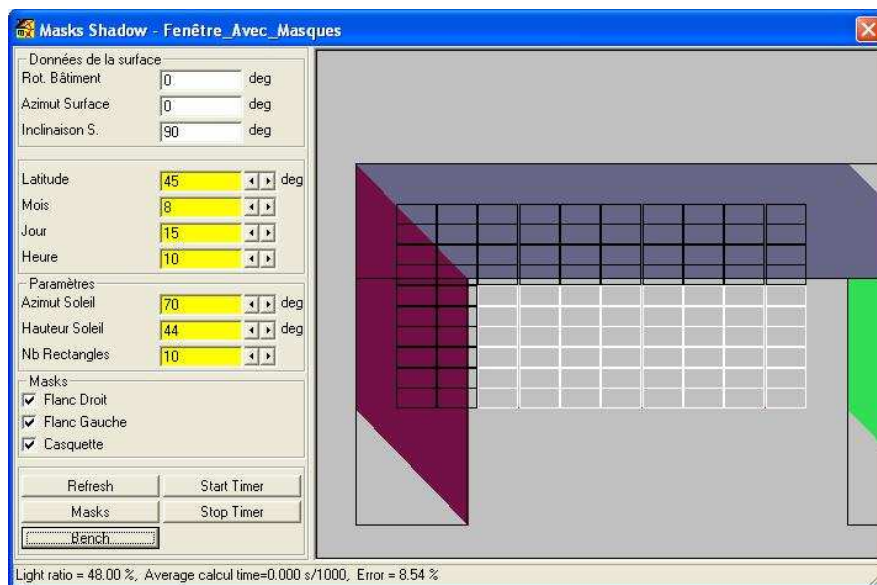


Fig. 13 : écran CoDyBa de test des routines de masques solaires

Le calcul de la fraction entrante du rayonnement incident est calculé par décomposition de la surface de la fenêtre en "petits rectangles", puis par lancer de rayons à partir de ces rectangles élémentaires. Le nombre de rectangles élémentaires a été optimisé pour obtenir le maximum de précision pour un minimum de calculs.

III - 5 - LE SYSTEME FINAL D'EQUATIONS ET SON TRAITEMENT

Le système équationnel du bâtiment comprend donc :

- une série d'équations
- des conditions aux limites
- des conditions initiales

En règle générale on s'affranchit des conditions initiales en faisant tourner les calculs sur un certain intervalle de temps et avec des conditions correspondant aux "premiers temps" des conditions aux limites. Cet intervalle de temps est fonction de l'inertie du bâtiment.

Numériquement, on obtient un système matriciel global dont la résolution se fait par une méthode itérative unique (Jacobi). La convergence de l'ensemble est ainsi obtenue une fois pour toute, indépendamment du nombre d'objets contenus. Une fois implémentée la programmation correcte de cette méthodologie, on peut rajouter autant d'objets du bâtiment que l'on veut en gardant les mêmes critères de convergence (seul le temps calcul et la place mémoire sont des fonctions directes de la taille de la géométrie).

Cette méthode numérique unique garantit la convergence. Enfin presque, car la résolution itérative introduit une notion de chemin de parcours qui conduit parfois à des cycles, qu'il est nécessaire de briser par des heuristiques.

IV - TESTS DU LOGICIEL

IV - 1 - LES BESTEST

Les BESTEST sont une série de tests incrémentaux mis au point par l'Agence Internationale de l'Energie. Ils consistent en une série successive de tests de complexité croissante visant à mettre en évidence des erreurs. Le passage d'un test à un autre se fait par la modification d'un seul paramètre du système : la détection de bogue est ainsi facilitée.

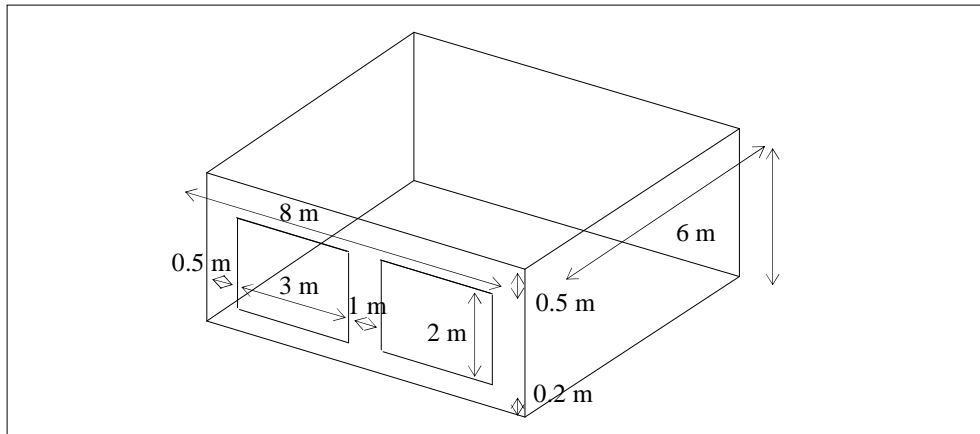


Fig. 14 : vue isométrique de la cellule BESTEST dans une certaine configuration

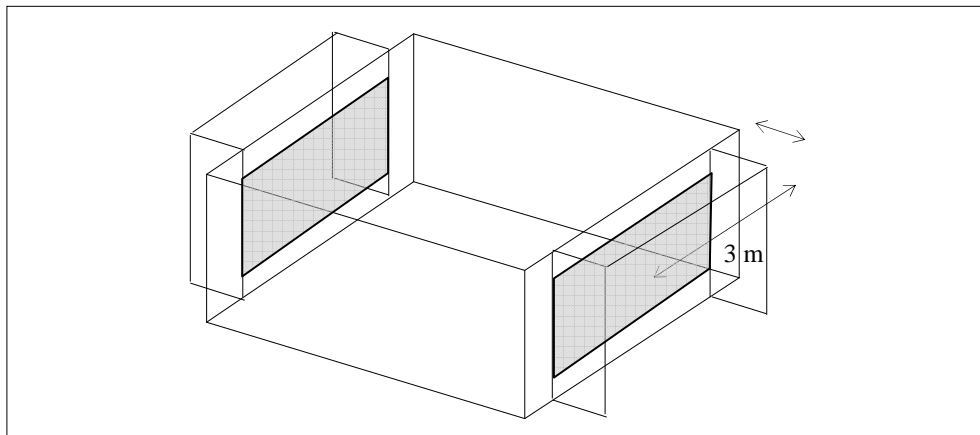


Fig. 15 : vue isométrique de la cellule BESTEST avec les protections solaires

La structure peut être lourde ou légère. Les fenêtres peuvent comporter ou non des protections solaires. Il peut y avoir ou non du chauffage, de la climatisation, de la ventilation, des équipements internes.

Il existe 38 cas de tests différents, et les vérifications se font sur beaucoup de paramètres.

C'est probablement le meilleur benchmark à ce jour.

A noter que KoZiBu n'est en dehors des plages de valeurs consensuelles (et très légèrement) que 8 fois sur un grand nombre de plages (voir [JN0401]).

IV - 2 - LA CELLULE DE TEST EMPA

La figure suivante compare les résultats obtenus par CoDyBa avec les résultats expérimentaux obtenus par l'EMPA ([MANZ], [IEP]) dans le cadre de la mise au point de cas de validation pour l'Agence Internationale de l'Energie.

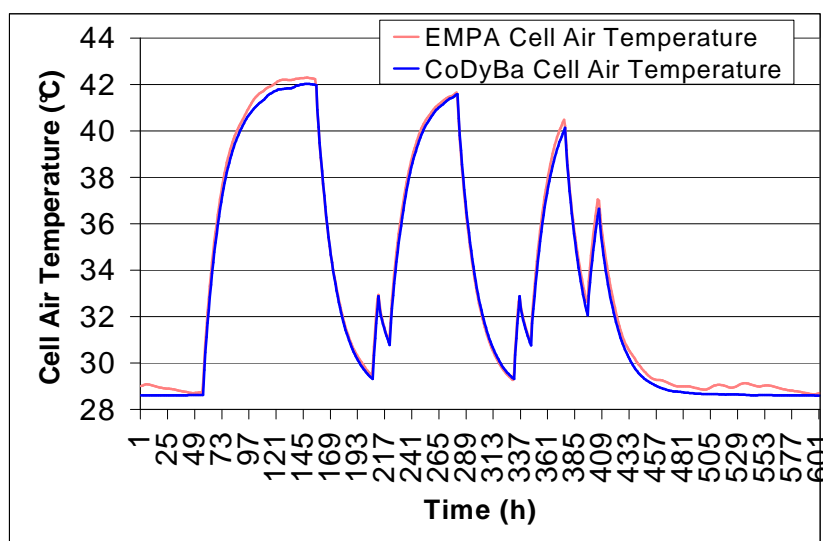


Fig. 16 : comparaison des résultats CoDyBa et expérimentaux EMPA

V - CONCLUSION ET PROSPECTIVES

Les géométries traitées par les utilisateurs de KoZiBu dépassent rarement 10 zones thermiques. Cette limitation provient essentiellement du temps nécessaire aux saisies, et à l'analyse des résultats.

Néanmoins les études actuellement réalisées en interne ont porté sur des bâtiments de grandes tailles ([JN0403] plus de 200 zones thermiques).

La figure ci-contre présente le type de bâtiment servant de test (11 volumes par étage, de 7 à 20 étages). La symétrie et la répétitivité des étages sont mises à profit pour des comparaisons entre résultats.

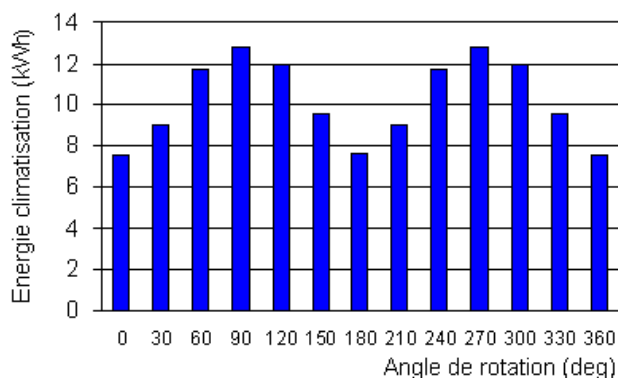


Fig. 18 : énergie de climatisation du bâtiment de test



Fig. 17 : bâtiment de test à étage répétitif

A titre d'exemple, la figure ci-contre donne l'énergie de climatisation pour le bâtiment de 7 étages pour le mois de juillet à Carpentras pour différents angles de rotation du bâtiment par rapport au sud.

On constate la forte influence de l'orientation.

VI – REFERENCES

- [ACB] Virgone J., Noël J. (2003) « ArchiCube et CoDyMur, logiciels de simulation des ponts thermiques et du comportement thermique d'une paroi en régime variable », *VIe Colloque InterUniversitaire Franco-Québécois*, Québec, 26-28 mai 2003.
<http://www.jnlog.com/pdf/cifq2003.pdf>
- [CDB] CODYBA, a design tool for buildings performance simulation
J. Noel, J.-J. Roux, P. S. Schneider
Building Simulation 2001, Rio de Janeiro, Brazil, August 13-15, 2001
- [EDF] Deque F., Noël J., Roux J.-J. (2001) « SYSLEY: an open tool for transient-state two dimensionnal heat transfer », *Building Simulation 2001*, Rio de Janeiro, Brazil, August 13-15, 2001. http://www.jnlog.com/pdf/bs2001_edf.pdf
- [EMPA] data EMPA, www.empa.ch/ieatask34
- [JNL] Web site : jnlog.com
Mail : contact@jnlog.com
- [JUD1] BESTEST Report
"International Energy Agency Building energy Simulation Test (BESTET) and diagnostic Method."
JUDKOFF, R., and NEYMARK J.
NREL/TP-472-6231, Golden, CO: National Renewable Energy Laboratory.
<http://www.nrel.gov/docs/legosti/old/6231.pdf>
- [JUD2] Judkoff R., Neymark J. (2005) « Proposed IEA BESTEST MultiZone Conduction Cases: MZ320-MZ360 », IEA:SHC Task 34/ECBCS Annex 43, *National Renewable Energy Laboratory*, Golden CO.
www.empa.ch/ieatask34
- [IEP]
- [JN0403] Noël J. (2004) « CoDyBa, Tests Paramétriques sur bâtiments de Taille Réelle », *JNLOG Report 0403*. http://www.jnlog.com/pdf/codyba_samples_report_fr.pdf
- [JN0401] Noël J. (2004) « CoDyBa, BESTEST Qualification », *JNLOG Report 0401*.
http://www.jnlog.com/pdf/codyba_bestest.pdf
- [JN0402] Noël J. (2004) « Development of numerical shading devices models for the use in building thermal simulation », *JNLOG Report 0402*. http://www.jnlog.com/pdf/blinds_report.pdf
- [KLB] Noël J. (2003) « KaLiBat », <http://www.jnlog.com/kalibat1.htm>
- [MANZ] "Series of experiments for empirical validation of solar gain modelling in building energy simulation codes - Experimental setup, test cell characterization, specifications and uncertainty analysis."
MANZ H., LOUTZENHISER P., FRANCK T., STRACHAN P.A., BUNDI R., MAXWELL G.
Submitted to Building and Environment (February 2005)
- [NL] Noël J., Roux J.-J. (2001) « Présentation du langage de commande de CoDyBa. Application au cas d'une passerelle TRNSYS-CODYBA », *IVe Journées TRNSYS*, 2001.
http://software.cstb.fr/articles/TRNSYS_CODYBA.doc
- [ROUX] Roux J.-J. (1984) « Proposition de modèles simplifiés pour l'étude du comportement thermique des bâtiments », Thèse de doctorat, INSA de Lyon.
- [TRNS] <http://sel.me.wisc.edu/trnsys>